C 0634

AMERICAN
Journal of Mathematics

EDITED BY THOMAS CRAIG
WITH THE CO-OPERATION OF SIMON NEWCOMB

PUBLISHED UNDER THE AUSPICES OF THE JOHNS HOPKINS UNIVERSITY

Πραγμάτων ἔλεγχος οὐ βλεπομένων

VOLUME XIX

BALTIMORE: THE JOHNS HOPKINS PRESS

LEMCKE & BUECHNER, *New York*
G. E. STECHERT, *New York*
D. VAN NOSTRAND CO., *New York*
E. STEIGER & CO., *New York*
KEGAN PAUL, TRENCH, TRÜBNER & CO., *London*

GAUTHIER-VILLARS, *Paris*
A. HERMANN, *Paris*
MAYER & MÜLLER, *Berlin*
KARL J. TRÜBNER, *Strassburg*
ULRICO HOEPLI, *Milan*

1897

Bemerkungen zu C. S. Peirce Quincuncial Projection.

VON I. FRISCHAUF, *Graz.*

Im XVIII. Bande dieser Zeitschrift liefert Herr J. Pierpont eine Arbeit über Peirce's Projection. Nachfolgende Bemerkungen mögen als Ergänzung angeführt werden.

Setzt man die Vergrösserungszahl im Mittelpuncte der Karte (Pol) gleich 1, so ist dieselbe für den Punct (θ, l) der Erdkugel

$$m = \frac{1}{\sqrt{\rho}}, \quad \rho^2 = \sin^2 l + \tfrac{1}{4}\cos^2 l \sin^2 2\theta.$$

In den vier Puncten des Aequators $\theta = 0$, $90°$, $180°$, $270°$ wird $m = \infty$. Wird aben m als eine mässig grosse Zahl vorausgesetzt, so wird ρ klein; es muss daher auch $\sin l$, $\sin l . \theta$ klein sein. Bestimmt man die Fläche I um den Punct $(l = 0, \theta = 0)$ herum, wo $\rho \overline{\overline{<}}\, a$ $(a < 1)$ ist, so kann dieselbe auf folgende Art bestimmt werden. Sind s und α die sphärischen Polarcoordinaten des Punctes (l, θ) dieser Fläche, so folgt aus

$$\sin l = \sin s \sin \alpha, \quad \tan \theta = \tan l \cos \alpha,$$
$$\rho^2 = \sin^2 s - \sin^4 s \cos^2 \alpha.$$

Der kleinste Wert von s für einen gegebenen Werth ρ ist $s = \rho$, für $\alpha = 90°$, $270°$; der grösste Werth von s wird für $\alpha = 0$, $180°$ erhalten aus

$$\sin^2 s - \sin^4 s = \rho^2.$$

Die Fläche I, wo $\rho \overline{\overline{<}}\, a$, ist

$$I = \int\int \sin s \, ds \, d\alpha,$$

wo s von 0 bis zum Werthe s

$$a^2 = \sin^2 - \delta \sin^4 s \cos^2 \alpha \qquad (1)$$

und α von 0 bis 2π zu nehmen ist.

Die Integration nach s liefert

$$I = \int_0^{2\pi} (1 - \cos s)\, d\alpha;$$

aus (1) folgt

$$\cos^2 s = 1 - a^2 - a^4 \cos^2 \alpha - 2a^6 \cos^4 \alpha \ldots,$$
$$\cos s = 1 - \tfrac{1}{2} a^2 - (\tfrac{1}{2}\cos^2 \alpha + \tfrac{1}{8}) a^4 - (\cos^4 \alpha + \tfrac{1}{4}\cos^2 \alpha + \tfrac{1}{16}) a^6 \ldots;$$

damit
$$I = (a^2 + \tfrac{3}{4} a^4 + \tfrac{9}{8} a^6 + \ldots)\pi.$$

Die Fläche auf der ganzen Kugel, wo $\rho \overline{\overline{<}}\, a$ ist, ist das Vierfache von I, das Verhältniss $4I$ zur Kugelfläche $= 4\pi$ ist daher

$$\frac{I}{\pi} = a^2 + \tfrac{3}{4} a^4 + \tfrac{9}{8} a^6 + \ldots,$$

Für $m = 2$ wird $a^2 = \frac{1}{16}$, also

$$\frac{I}{\pi} = 0.0657 = 6.57 \text{ per cent.}$$

Das "Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik" (Band XI) gibt daher unrichtig an, dass diese Oberfläche "nur 9 per cent ausmache."

Schliesslich mag noch bemerkt werden, dass die Curvensysteme, welche durch die elliptischen Functionen ausgedrückt werden, bereits von Siebeck (Crelle, Journal für Mathematik, Band 57) behandelt sind.

BERICHTIGUNG.

Auf p. 12, Zeile 12 v. o. meiner Abhandlung Vol. XIX, ist zu lesen

$$3n - \sum y_{ik}$$

an Stelle von $n^3 - \sum x^3 + \sum y_{ik}^3$.

S. KANTOR.