

AMERICAN  
Journal of Mathematics

EDITED BY THOMAS CRAIG  
WITH THE CO-OPERATION OF SIMON NEWCOMB

PUBLISHED UNDER THE AUSPICES OF THE JOHNS HOPKINS UNIVERSITY

*Πραγμάτων Ελεγχος οὐ βλεπομένων*

VOLUME XIX

BALTIMORE: THE JOHNS HOPKINS PRESS

LEMCKE & DUBOCHNER, *New York*  
G. E. STROBERT, *New York*  
D. VAN NOSTRAND CO., *New York*  
E. STEIGER & CO., *New York*  
KEGAN PAUL, TRENCH, TRÜBNER & CO., *London*

GAUTHIER-VILLARS, *Paris*  
A. HERMANN, *Paris*  
MAYER & MÜLLER, *Berlin*  
KARL J. TRÜBNER, *Strassburg*  
ULRICO HOEPLI, *Milan*

1897

bdg 32:3

LIBRARY  
TEXAS TECHNOLOGICAL COLLEGE  
LUBBOCK, TEXAS

00634

**Bemerkungen zu C. S. Peirce Quincuncial Projection.**

VON I. FRISCHAUF, Graz.

Im XVIII. Bande dieser Zeitschrift liefert Herr J. Pierpont eine Arbeit über Peirce's Projection. Nachfolgende Bemerkungen mögen als Ergänzung angeführt werden.

Setzt man die Vergrößerungszahl im Mittelpunkte der Karte (Pol) gleich 1, so ist dieselbe für den Punkt  $(\theta, l)$  der Erdkugel

$$m = \frac{1}{\sqrt{\rho}}, \quad \rho^2 = \sin^2 l + \frac{1}{4} \cos^2 l \sin^2 2\theta.$$

In den vier Punkten des Aequators  $\theta = 0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  wird  $m = \infty$ . Wird aben  $m$  als eine mässig grosse Zahl vorausgesetzt, so wird  $\rho$  klein; es muss daher auch  $\sin l, \sin l \cdot \theta$  klein sein. Bestimmt man die Fläche  $I$  um den Punkt  $(l=0, \theta=0)$  herum, wo  $\rho \approx a$  ( $a < 1$ ) ist, so kann dieselbe auf folgende Art bestimmt werden. Sind  $s$  und  $\alpha$  die sphärischen Polarcoordinaten des Punktes  $(l, \theta)$  dieser Fläche, so folgt aus

$$\sin l = \sin s \sin \alpha, \quad \tan \theta = \tan l \cos \alpha, \\ \rho^2 = \sin^2 s - \sin^4 s \cos^2 \alpha.$$

Der kleinste Wert von  $s$  für einen gegebenen Werth  $\rho$  ist  $s = \rho$ , für  $\alpha = 90^\circ, 270^\circ$ ; der grösste Werth von  $s$  wird für  $\alpha = 0, 180^\circ$  erhalten aus

$$\sin^2 s - \sin^4 s = \rho^2.$$

Die Fläche  $I$ , wo  $\rho \approx a$ , ist

$$I = \int \int \sin s \, ds \, d\alpha,$$

wo  $s$  von 0 bis zum Werthe  $s$

$$a^2 = \sin^2 s - \sin^4 s \cos^2 \alpha \tag{1}$$

und  $\alpha$  von 0 bis  $2\pi$  zu nehmen ist.

Die Integration nach  $s$  liefert

$$I = \int_0^{2\pi} (1 - \cos s) \, d\alpha;$$

aus (1) folgt

$$\cos^2 s = 1 - a^2 - a^4 \cos^2 \alpha - 2a^6 \cos^4 \alpha \dots, \\ \cos s = 1 - \frac{1}{2} a^2 - \left(\frac{1}{2} \cos^2 \alpha + \frac{1}{8}\right) a^4 - \left(\cos^4 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \alpha + \frac{1}{16}\right) a^6 \dots;$$

damit

$$I = (a^2 + \frac{1}{2} a^4 + \frac{1}{8} a^6 + \dots) \pi.$$

Die Fläche auf der ganzen Kugel, wo  $\rho \approx a$  ist, ist das Vierfache von  $I$ , das Verhältniss  $4I$  zur Kugeloberfläche  $= 4\pi$  ist daher

$$\frac{I}{\pi} = a^2 + \frac{1}{2} a^4 + \frac{1}{8} a^6 + \dots$$

Für  $m = 2$  wird  $a^2 = \frac{1}{16}$ , also

$$\frac{I}{\pi} = 0.0657 = 6.57 \text{ per cent.}$$

Das "Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik" (Band XI) gibt daher unrichtig an, dass diese Oberfläche "nur 9 per cent ausmache."

Schliesslich mag noch bemerkt werden, dass die Curvensysteme, welche durch die elliptischen Functionen ausgedrückt werden, bereits von Siebeck (Crelle, Journal für Mathematik, Band 57) behandelt sind.

BERICHTIGUNG.

Auf p. 12, Zeile 12 v. o. meiner Abhandlung Vol. XIX, ist zu lesen

$$3n - \sum y_{ik}$$

an Stelle von  $n^3 - \sum x^3 + \sum y_{ik}^3$ .

S. KANTOR.